

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Б1.О.11 Функциональный анализ

---

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

01.03.02 Прикладная математика и информатика

---

Направленность (профиль)

01.03.02.31 Математическое моделирование и вычислительная  
математика

---

Форма обучения

очная

---

Год набора

2020

---

Красноярск 2023

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Программу составили \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ д.физ.-м. наук, профессор, Шлапунов Александр Анатольевич

\_\_\_\_\_ должность, инициалы, фамилия

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины

Познакомить студентов с одним из наиболее эффективным инструментом изучения основных моделей современного естествознания (в частности, интегральных уравнений и краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных) - линейным функциональным анализом.

### 1.2 Задачи изучения дисциплины

Дать основы для работы в метрических, нормированных и гильбертовых пространствах. Наибольшее внимание уделяется операторному подходу и методам построения точных и приближенных решений операторных уравнений

### 1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b>	
ОПК-1.1: Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности	Основные области применения функционального анализа — математический анализ, комплексный анализ, дифференциальные уравнения и типовые примеры такого применения. Переформулировать задачи из областей применения функционального анализа на языке его абстрактных понятий и использовать соответствующие абстрактные теоремы для решения этих задач. Методами решения типовых задач из областей применения функционального анализа.
ОПК-1.2: Осуществляет выбор метода решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Основные понятия и методы функционального анализа. Применять методы функционального анализа для исследования математических объектов и решения задач. Понятиями и методами функционального анализа на уровне, достаточном для их осознанного применения.

### 1.4 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется с применением ЭО и ДОТ

URL-адрес и название электронного обучающего курса: <https://e.sfu-kras.ru/course/view.php?id=13937>.

## 2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Сем естр	
		1	2
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>3,89 (140)</b>		
занятия лекционного типа	1,94 (70)		
практические занятия	1,94 (70)		
<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	<b>2,11 (76)</b>		
курсовое проектирование (КП)	Нет		
курсовая работа (КР)	Нет		
<b>Промежуточная аттестация (Зачёт) (Экзамен)</b>	<b>1 (36)</b>		

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

		Контактная работа, ак. час.							
№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
				Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
		Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС
<b>1. Метрические пространства</b>									
	1. Метрика. Метрические пространства.	2							
	2. Метрика. Метрические пространства.			2					
	3. Непрерывные отображения метрических пространств. Последовательности точек метрических пространств.	2							
	4. Непрерывные отображения метрических пространств. Последовательности точек метрических пространств.			2					
	5. Открытые и замкнутые множества	2							
	6. Открытые и замкнутые множества			2					
	7. Плотные подмножества, сепарабельные пространства. Полные пространства.	2							
	8. Плотные подмножества, сепарабельные пространства. Полные пространства.			2					

9. Теорема о вложенных шарах. Теорема Бэра.	2							
10. Теорема о вложенных шарах. Теорема Бэра.			2					
11. Пополнение пространства.	2							
12. Пополнение пространства.			2					
13. Принцип сжимающих отображений и его применение	2							
14. Принцип сжимающих отображений и его применение			2					
<b>2. Линейные метрические пространства и функционалы</b>								
1. Нормированные пространства. Евклидовы пространства	2							
2. Нормированные пространства. Евклидовы пространства			2					
3. Ортогональные векторы. Коэффициенты Фурье. Неравенство Бесселя	2							
4. Ортогональные векторы. Коэффициенты Фурье. Неравенство Бесселя			2					
5. Полные и замкнутые ортогональные системы. Теорема Рисса-Фишера. Теорема об изоморфизме.	2							
6. Полные и замкнутые ортогональные системы. Теорема Рисса-Фишера. Теорема об изоморфизме.			2					
7. Подпространства, ортогональные дополнения. Теорема о прямой сумме	2							
8. Подпространства, ортогональные дополнения. Теорема о прямой сумме			2					
9. Функционалы. Однородные, выпуклые и линейные функционалы. Теорема Хана-Банаха	2							

10. Функционалы. Однородные, выпуклые и линейные функционалы. Теорема Хана-Банаха			2					
11. Непрерывные линейные функционалы. Ограниченность, норма функционала, непрерывность.	2							
12. Непрерывные линейные функционалы. Ограниченность, норма функционала, непрерывность.			2					
13. Теорема Хана-Банаха в нормированном пространстве. Сопряженное пространство.	2							
14. Теорема Хана-Банаха в нормированном пространстве. Сопряженное пространство.			2					
15. Теорема Рисса об общем виде непрерывного линейного функционала на полном евклидовом пространстве.	2							
16. Теорема Рисса об общем виде непрерывного линейного функционала на полном евклидовом пространстве.			2					
17. Второе сопряженное пространство. Рефлексивность.	2							
18. Второе сопряженное пространство. Рефлексивность.			2					
19. Слабая сходимость в нормированном пространстве. *-слабая сходимость	2							
20. Слабая сходимость в нормированном пространстве. *-слабая сходимость			2					
21. Обобщенные функции и их основные свойства	2							
22. Обобщенные функции и их основные свойства			2					
23. Самостоятельная работа над теоретической частью курса							36	

24. Компактные множества в нормированных пространствах. Теорема Вейерштрасса	2							
25. Компактные множества в нормированных пространствах. Теорема Вейерштрасса			2					
26. Характеризация компактных множеств. Теорема Хаусдорфа. Теорема Арцела.	2							
27. Характеризация компактных множеств. Теорема Хаусдорфа. Теорема Арцела.			2					
<b>3. Линейные операторы в нормированных пространствах</b>								
1. Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Норма оператора			2					
2. Линейные операторы. Непрерывность и ограниченность. Норма оператора	2							
3. Пространство линейных ограниченных операторов. Компактные операторы. Пространство компактных ограниченных операторов	2							
4. Пространство линейных ограниченных операторов. Компактные операторы. Пространство компактных ограниченных операторов			2					
5. Операторные уравнения. Корректность по Адамару. Обратный оператор	2							
6. Операторные уравнения. Корректность по Адамару. Обратный оператор			2					
7. Сопряженный оператор. Лемма об аннуляторе ядра.	2							
8. Сопряженный оператор. Лемма об аннуляторе ядра.			2					
9. Непрерывная обратимость. Теорема Банаха об обратном операторе	2							



10. Непрерывная обратимость. Теорема Банаха об обратном операторе			2					
11. Спектр оператора. Резольвента. Теорема о спектре	2							
12. Спектр оператора. Резольвента. Теорема о спектре			2					
13. Собственные значения и собственные векторы компактного оператора.	2							
14. Собственные значения и собственные векторы компактного оператора.			2					
<b>4. Линейные операторы в пространствах Гильберта</b>								
1. Сопряженный оператор в евклидовых пространствах. Лемма об аннуляторе ядра	2							
2. Сопряженный оператор в евклидовых пространствах. Лемма об аннуляторе ядра			2					
3. Самосопряженные операторы и их спектр.	2							
4. Самосопряженные операторы и их спектр.			2					
5. Теорема Гильберта-Шмидта	2							
6. Теорема Гильберта-Шмидта			2					
7. Следствия из теоремы Гильберта-Шмидта и ее применения	2							
8. Следствия из теоремы Гильберта-Шмидта и ее применения			2					
9. Операторные уравнения второго рода. Теоремы Фредгольма.	2							
10. Операторные уравнения второго рода. Теоремы Фредгольма.			2					
11. Следствия из теорем Фредгольма и их применения.	2							
12. Следствия из теорем Фредгольма и их применения.			2					

13. Линейные интегральные уравнения второго рода. Операторы Гильберта-Шмидта в пространстве Лебега	2							
14. Линейные интегральные уравнения второго рода. Операторы Гильберта-Шмидта в пространстве Лебега			2					
15. Уравнения с вырожденными ядрами.	2							
16. Уравнения с вырожденными ядрами.			2					
17. Самостоятельная работа по теоретической части курса							40	
Всего	70		70				76	

## **4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины**

### **4.1 Печатные и электронные издания:**

1. Треногин В. А., Писаревский Б. М., Соболева Т. С. Задачи и упражнения по функциональному анализу: учебное пособие для студентов университетов по специальности "Математика" и "Прикладная математика"(Москва: Физматлит).
2. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа(Москва: Физматлит).
3. Шлапунов А. А., Работин В. В., Садыков Т. М. Функциональный анализ: конспект лекций(Красноярск: Сибирский федеральный университет [СФУ]).
4. Треногин В. А. Функциональный анализ: учебник для студентов по специальностям "Математика" и "Прикладная математика"(Москва: Физматлит).
5. Шлапунов А. А., Работин В. В., Садыков Т. М. Функциональный анализ. Операторные уравнения: учебное пособие(Красноярск: СФУ).
6. Шлапунов А. А., Федченко Д. П., Трутнев В. М. Функциональный анализ: метод. указ. по выполнению самостоят. работы(Красноярск: СФУ).

### **4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):**

1. Специальное программное обеспечение в учебном процессе по данной дисциплине не используется.

### **4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:**

1. Для самостоятельной работы у студентов должен быть доступ к электронному каталогу НБ СФУ.

## **5 Фонд оценочных средств**

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

## **6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, укомплектованные мебелью и техническими средствами обучения (меловые и маркерные доски, мел или маркер). Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, в зависимости от нозологий, осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.